



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

21 novembre 2019



- La prova è costituita da 20 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E). Una sola di queste risposte è corretta.
- Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.
- Per ognuno dei problemi, trascrivi **IN STAMPATELLO** la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni.
- **ANNERISCI COMPLETAMENTE** il tuo mese di nascita, il tuo genere, la tua classe. Scrivi le altre informazioni richieste **IN STAMPATELLO** vicino alle frecce, con la massima cura e precisione.

Non è permesso l'uso di calcolatrici o strumenti di comunicazione.
Il tempo a tua disposizione è di 110 minuti. Buon lavoro!

NOME →
COGNOME →
ANNO DI NASCITA →
MESE DI NASCITA
GEN FEB MAR APR MAG GIU
LUG AGO SET OTT NOV DIC
GIORNO DI NASCITA →
GENERE F M
CLASSE 3 4 5
SEZIONE →

GRIGLIA DELLE RISPOSTE T1

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20

1. Nel triangolo DEF , le altezze (uscenti, rispettivamente, dai vertici D , E e F) misurano, nell'ordine, 84, 80 e 81 metri. Indicando con d , e , f le lunghezze, rispettivamente, dei lati EF , FD , DE , quale di queste disuguaglianze è corretta?
- (A) $e < f < d$ (B) $d < f < e$ (C) $d < e < f$
 (D) $f < e < d$ (E) $e < d < f$

2. Il prezzo di vendita di un bene si ottiene aumentando l'importo effettivo di una certa percentuale, detta IVA (una tassa, che poi viene versata al fisco). In un negozio, il prezzo di vendita di un maglione è di 61,00€, comprensivo di IVA al 22%. Se l'IVA passasse al 25%, quale diventerebbe il prezzo di vendita del maglione?
 (A) 62,50€ (B) 64,00€ (C) 62,83€ (D) 62,10€ (E) 62,00€
3. Caterina sta saltando lungo una fila di mattonelle. Partendo dalla prima, con salti di 3 mattonelle alla volta (ossia, salta sulla 4^a, la 7^a, la 10^a, e così via), arriva sull'ultima; si volta indietro e, con salti di 4 mattonelle alla volta, torna alla prima; si volta ancora e, con salti di 5 mattonelle arriva di nuovo all'ultima mattonella; si volta di nuovo e, con salti di 6 mattonelle torna di nuovo alla prima. Quale tra i seguenti potrebbe essere il numero di mattonelle della fila?
 (A) 391 (B) 271 (C) 301 (D) 270 (E) 360
4. Due uomini possiedono delle monete. Se il primo ne prendesse 3 dal secondo, allora ne avrebbe tante quante ne resterebbero al secondo. Se, invece, il secondo ne prendesse 1 al primo, allora ne avrebbe il triplo di quante ne resterebbero al primo. Quante monete possiedono i due uomini in totale?
 (A) 14 (B) 18 (C) 12 (D) 13 (E) 16
5. I numeri reali x e y verificano l'uguaglianza $(6x - 5y)^4 + (4y - 3)^6 = 0$. Qual è il valore di $x + y$?
 (A) 1 (B) 10/7 (C) 4/3 (D) 13/9 (E) 11/8
6. Il prodotto di due numeri naturali è 2160. Il loro Massimo Comune Divisore è dispari e maggiore di 1. Indicando con m il minimo comune multiplo dei due numeri, si ha:
 (A) $m < 200$ (B) $200 < m < 400$ (C) $400 < m < 600$
 (D) $600 < m < 800$ (E) $m > 800$
7. I tre vertici di un triangolo rettangolo avente un angolo di 54° sono anche vertici di un poligono regolare avente...
 (A) 12 lati (B) 25 lati (C) 30 lati (D) 24 lati (E) 16 lati
8. Un decagono convesso possiede 10 angoli interni. Quanti di essi, al massimo, possono essere retti?
 (A) 5 (B) 3 (C) 4 (D) 2 (E) 6
9. Quanti multipli di 7, compresi tra 1 e 6000, sono quadrati di numeri interi?
 (A) 9 (B) 20 (C) 77 (D) 11 (E) 122
10. Il quadrilatero $ABCD$ è inscritto in una circonferenza. Si sa che l'angolo in A è retto e che $\overline{AB} = 24$, $\overline{BC} = 20$, $\overline{CD} = 15$. Qual è la misura di DA ?
 (A) 11 (B) 27 (C) 10 (D) 19 (E) 7

11. Marco possiede due dadi. Uno dei due è un normale dado da gioco, con facce numerate da 1 a 6. L'altro è invece un dado speciale, che possiede due facce con il numero 3, una faccia con il 4 e tre facce con il 6. Lanciando insieme i due dadi, qual è la probabilità che la somma dei due numeri usciti sia uguale a 10?

- (A) $2/9$ (B) $1/18$ (C) $1/9$ (D) $1/6$ (E) $1/12$

12. È assegnato un trapezio rettangolo $PQRS$, con angoli retti in P e in S , dove $\overline{PQ} > \overline{RS}$ e $\overline{PS} = 2\overline{RS} = 62/5$. Sia K il punto sul lato PS tale che $\overline{PK} = 8$. Sapendo che $\widehat{SKR} = \widehat{PQR}$, quale sarà la misura di KQ ?

- (A) 17 (B) 13 (C) 15 (D) 16 (E) 20

13. Romeo, Giuletta, Elena, Paride, Achille, Ulisse si siedono su una panchina. Giuletta vuole sedere accanto a Romeo ed Elena accanto a Paride. In quanti modi possono disporsi i sei da destra verso sinistra, in modo da accontentarle?

- (A) 720 (B) 120 (C) 24 (D) 96 (E) 180

14. Ogni post pubblicato sulla pagina Instagram delle Olimpiadi di Matematica deve avere 2 oppure 3 hashtag, scelti tra 10 hashtag prestabiliti. Gli amministratori della pagina rispettano questa regola: se in un post è presente l'hashtag "#ItaMO", deve esserci anche "#cese2020" (sono due dei 10 hashtag). In quanti modi può essere scelto l'insieme di hashtag da inserire in un post?

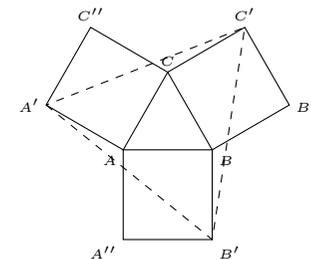
- (A) 120 (B) 93 (C) 165 (D) 90 (E) 129

15. Attorno a un tavolo ci sono 10 persone, ciascuna delle quali può essere o un cavaliere o un furfante. Ogni volta che parla un cavaliere, la frase che pronuncia è vera; ogni volta che parla un furfante, la frase che pronuncia è falsa. Uno di loro pronuncia la seguente frase: "alla mia destra siede un cavaliere e alla mia sinistra siede un furfante". Il vicino di destra di costui dichiara: "alla mia sinistra siede un cavaliere e alla mia destra siede un furfante". Il vicino di destra di quest'ultimo afferma: "alla mia destra siede un cavaliere e alla mia sinistra siede un furfante". E così via, le frasi si alternano, fino alla decima persona, che afferma: "alla mia sinistra siede un cavaliere e alla mia destra siede un furfante". Si può concludere che, tra le 10 persone presenti, il numero complessivo di cavalieri...

- (A) è possibile che sia 0, 2, 4, 6 o anche 8, ma non 10
 (B) è possibile che sia 0, 2 o 4, ma non 6, 8 o 10
 (C) è possibile che sia 0, 2, 4 o anche 6, ma non 8 o 10
 (D) è possibile che sia 2, 4 o 6, ma non 0, 8 o 10
 (E) è sicuramente 5

16. Sui lati del triangolo equilatero ABC , che hanno lunghezza 1, sono costruiti tre quadrati, come in figura. Qual è il perimetro del triangolo $A'B'C'$?

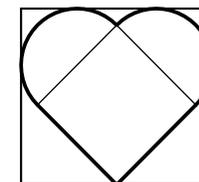
- (A) $3\sqrt{4 + \sqrt{3}}$ (B) 6 (C) $3\sqrt{1 + 2\sqrt{3}}$
 (D) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ (E) $\frac{3}{2} + \frac{3}{4}\sqrt{3}$



17. Carla lancia, tutti insieme, 4 dadi da gioco, con facce numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che il prodotto dei 4 numeri usciti sia 24?

- (A) $5/162$ (B) $7/324$ (C) $1/36$ (D) $13/324$ (E) $5/144$

18. Gli amministratori della pagina Instagram delle Olimpiadi di Matematica si sono accorti che l'icona corrispondente ai "mi piace" ricevuti è a forma di cuore, composta da un quadrato e due semicerchi costruiti su lati consecutivi. La figura è inscritta in un rettangolo con i lati paralleli alle diagonali del quadrato, come qui a fianco. Sapendo che il quadrato ha lato 1 cm, quanti cm^2 misura l'area del rettangolo?



- (A) $3\sqrt{2} - 2$ (B) $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{7}{8}(1 + \sqrt{2})$
 (D) $\frac{3+2\sqrt{2}}{4}$ (E) $\frac{5}{4} + \sqrt{2}$

19. Consideriamo un puzzle di forma quadrata, con n pezzi per lato. Ogni pezzo ha 4 lati e su ciascun lato può esserci o un buco o una sporgenza, oppure può essere piatto (quando si trova sul bordo). Quale tra le seguenti affermazioni è falsa?

- (A) Se il numero complessivo di pezzi è multiplo di 21, anche il numero di buchi deve essere multiplo di 21.
 (B) Il numero complessivo di buchi è uguale al numero di sporgenze.
 (C) Se il numero complessivo di pezzi è multiplo di 25, anche il numero di buchi deve essere multiplo di 25.
 (D) Il numero complessivo di sporgenze è multiplo di 4.
 (E) Se il numero complessivo di pezzi è dispari, anche il numero di pezzi che non hanno lati piatti deve essere dispari.

20. Dato un triangolo DEF , ottusangolo in E , sia O il centro della circonferenza ad esso circoscritta. Detto P il punto nel quale la bisettrice uscente da E interseca il lato DF , è noto che il quadrilatero convesso $FEPO$ è inscritto in una circonferenza. Sapendo che $\widehat{EDF} = 52^\circ$, qual è l'ampiezza dell'angolo \widehat{DFE} ?

- (A) 24° (B) 22° (C) 26° (D) 30° (E) 28°



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

21 novembre 2019



- La prova è costituita da 20 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E). Una sola di queste risposte è corretta.
- Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.
- Per ognuno dei problemi, trascrivi **IN STAMPATELLO** la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni.
- **ANNERISCI COMPLETAMENTE** il tuo mese di nascita, il tuo genere, la tua classe. Scrivi le altre informazioni richieste **IN STAMPATELLO** vicino alle frecce, con la massima cura e precisione.

Non è permesso l'uso di calcolatrici o strumenti di comunicazione.
Il tempo a tua disposizione è di 110 minuti. Buon lavoro!

NOME →
COGNOME →
ANNO DI NASCITA →
MESE DI NASCITA
GEN FEB MAR APR MAG GIU
LUG AGO SET OTT NOV DIC
GIORNO DI NASCITA →
GENERE F M
CLASSE 3 4 5
SEZIONE →

GRIGLIA DELLE RISPOSTE T2

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20

1. Due uomini possiedono delle monete. Se il primo ne prendesse 3 dal secondo, allora ne avrebbe tante quante ne resterebbero al secondo. Se, invece, il secondo ne prendesse 1 al primo, allora ne avrebbe il triplo di quante ne resterebbero al primo. Quante monete possiedono i due uomini in totale?
 (A) 14 (B) 18 (C) 12 (D) 13 (E) 16

2. Nel triangolo DEF , le altezze (uscanti, rispettivamente, dai vertici D , E e F) misurano, nell'ordine, 84, 80 e 81 metri. Indicando con d , e , f le lunghezze, rispettivamente, dei lati EF , FD , DE , quale di queste disuguaglianze è corretta?
 (A) $e < f < d$ (B) $d < f < e$ (C) $d < e < f$
 (D) $f < e < d$ (E) $e < d < f$
3. Caterina sta saltando lungo una fila di mattonelle. Partendo dalla prima, con salti di 3 mattonelle alla volta (ossia, salta sulla 4^a , la 7^a , la 10^a , e così via), arriva sull'ultima; si volta indietro e, con salti di 4 mattonelle alla volta, torna alla prima; si volta ancora e, con salti di 5 mattonelle arriva di nuovo all'ultima mattonella; si volta di nuovo e, con salti di 6 mattonelle torna di nuovo alla prima. Quale tra i seguenti potrebbe essere il numero di mattonelle della fila?
 (A) 391 (B) 271 (C) 301 (D) 270 (E) 360
4. Il prezzo di vendita di un bene si ottiene aumentando l'importo effettivo di una certa percentuale, detta IVA (una tassa, che poi viene versata al fisco). In un negozio, il prezzo di vendita di un maglione è di 61,00€, comprensivo di IVA al 22%. Se l'IVA passasse al 25%, quale diventerebbe il prezzo di vendita del maglione?
 (A) 62,50€ (B) 64,00€ (C) 62,83€ (D) 62,10€ (E) 62,00€
5. Il prodotto di due numeri naturali è 2160. Il loro Massimo Comune Divisore è dispari e maggiore di 1. Indicando con m il minimo comune multiplo dei due numeri, si ha:
 (A) $m < 200$ (B) $200 < m < 400$ (C) $400 < m < 600$
 (D) $600 < m < 800$ (E) $m > 800$
6. Un decagono convesso possiede 10 angoli interni. Quanti di essi, al massimo, possono essere retti?
 (A) 5 (B) 3 (C) 4 (D) 2 (E) 6
7. I numeri reali x e y verificano l'uguaglianza $(6x - 5y)^4 + (4y - 3)^6 = 0$. Qual è il valore di $x + y$?
 (A) 1 (B) $10/7$ (C) $4/3$ (D) $13/9$ (E) $11/8$
8. I tre vertici di un triangolo rettangolo avente un angolo di 54° sono anche vertici di un poligono regolare avente...
 (A) 12 lati (B) 25 lati (C) 30 lati (D) 24 lati (E) 16 lati
9. Quanti multipli di 7, compresi tra 1 e 6000, sono quadrati di numeri interi?
 (A) 9 (B) 20 (C) 77 (D) 11 (E) 122
10. È assegnato un trapezio rettangolo $PQRS$, con angoli retti in P e in S , dove $\overline{PQ} > \overline{RS}$ e $\overline{PS} = 2\overline{RS} = 62/5$. Sia K il punto sul lato PS tale che $\overline{PK} = 8$. Sapendo che $\widehat{SKR} = \widehat{PQR}$, quale sarà la misura di KQ ?
 (A) 17 (B) 13 (C) 15 (D) 16 (E) 20

11. Il quadrilatero $ABCD$ è inscritto in una circonferenza. Si sa che l'angolo in A è retto e che $\overline{AB} = 24$, $\overline{BC} = 20$, $\overline{CD} = 15$. Qual è la misura di DA ?

- (A) 11 (B) 27 (C) 10 (D) 19 (E) 7

12. Marco possiede due dadi. Uno dei due è un normale dado da gioco, con facce numerate da 1 a 6. L'altro è invece un dado speciale, che possiede due facce con il numero 3, una faccia con il 4 e tre facce con il 6. Lanciando insieme i due dadi, qual è la probabilità che la somma dei due numeri usciti sia uguale a 10?

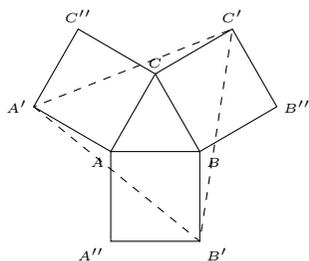
- (A) $2/9$ (B) $1/18$ (C) $1/9$ (D) $1/6$ (E) $1/12$

13. Attorno a un tavolo ci sono 10 persone, ciascuna delle quali può essere o un cavaliere o un furfante. Ogni volta che parla un cavaliere, la frase che pronuncia è vera; ogni volta che parla un furfante, la frase che pronuncia è falsa. Uno di loro pronuncia la seguente frase: "alla mia destra siede un cavaliere e alla mia sinistra siede un furfante". Il vicino di destra di costui dichiara: "alla mia sinistra siede un cavaliere e alla mia destra siede un furfante". Il vicino di destra di quest'ultimo afferma: "alla mia destra siede un cavaliere e alla mia sinistra siede un furfante". E così via, le frasi si alternano, fino alla decima persona, che afferma: "alla mia sinistra siede un cavaliere e alla mia destra siede un furfante". Si può concludere che, tra le 10 persone presenti, il numero complessivo di cavalieri...

- (A) è possibile che sia 0, 2, 4, 6 o anche 8, ma non 10
 (B) è possibile che sia 0, 2 o 4, ma non 6, 8 o 10
 (C) è possibile che sia 0, 2, 4 o anche 6, ma non 8 o 10
 (D) è possibile che sia 2, 4 o 6, ma non 0, 8 o 10
 (E) è sicuramente 5

14. Sui lati del triangolo equilatero ABC , che hanno lunghezza 1, sono costruiti tre quadrati, come in figura. Qual è il perimetro del triangolo $A'B'C'$?

- (A) $3\sqrt{4 + \sqrt{3}}$ (B) 6 (C) $3\sqrt{1 + 2\sqrt{3}}$
 (D) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ (E) $\frac{3}{2} + \frac{3}{4}\sqrt{3}$



15. Romeo, Giuletta, Elena, Paride, Achille, Ulisse si siedono su una panchina. Giuletta vuole sedere accanto a Romeo ed Elena accanto a Paride. In quanti modi possono disporsi i sei da destra verso sinistra, in modo da accontentarle?

- (A) 720 (B) 120 (C) 24 (D) 96 (E) 180

16. Ogni post pubblicato sulla pagina Instagram delle Olimpiadi di Matematica deve avere 2 oppure 3 hashtag, scelti tra 10 hashtag prestabiliti. Gli amministratori della pagina rispettano questa regola: se in un post è presente l'hashtag "#ItaMO", deve esserci anche "#cese2020" (sono due dei 10 hashtag). In quanti modi può essere scelto l'insieme di hashtag da inserire in un post?

- (A) 120 (B) 93 (C) 165 (D) 90 (E) 129

17. Dato un triangolo DEF , ottusangolo in E , sia O il centro della circonferenza ad esso circoscritta. Detto P il punto nel quale la bisettrice uscente da E interseca il lato DF , è noto che il quadrilatero convesso $FEPO$ è inscrittibile in una circonferenza. Sapendo che $\widehat{EDF} = 52^\circ$, qual è l'ampiezza dell'angolo \widehat{DFE} ?

- (A) 24° (B) 22° (C) 26° (D) 30° (E) 28°

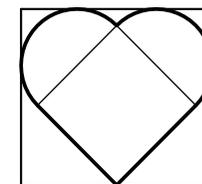
18. Consideriamo un puzzle di forma quadrata, con n pezzi per lato. Ogni pezzo ha 4 lati e su ciascun lato può esserci o un buco o una sporgenza, oppure può essere piatto (quando si trova sul bordo). Quale tra le seguenti affermazioni è falsa?

- (A) Se il numero complessivo di pezzi è multiplo di 21, anche il numero di buchi deve essere multiplo di 21.
 (B) Il numero complessivo di buchi è uguale al numero di sporgenze.
 (C) Se il numero complessivo di pezzi è multiplo di 25, anche il numero di buchi deve essere multiplo di 25.
 (D) Il numero complessivo di sporgenze è multiplo di 4.
 (E) Se il numero complessivo di pezzi è dispari, anche il numero di pezzi che non hanno lati piatti deve essere dispari.

19. Carla lancia, tutti insieme, 4 dadi da gioco, con facce numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che il prodotto dei 4 numeri usciti sia 24?

- (A) $5/162$ (B) $7/324$ (C) $1/36$ (D) $13/324$ (E) $5/144$

20. Gli amministratori della pagina Instagram delle Olimpiadi di Matematica si sono accorti che l'icona corrispondente ai "mi piace" ricevuti è a forma di cuore, composta da un quadrato e due semicerchi costruiti su lati consecutivi. La figura è inscrittibile in un rettangolo con i lati paralleli alle diagonali del quadrato, come qui a fianco. Sapendo che il quadrato ha lato 1 cm, quanti cm^2 misura l'area del rettangolo?



- (A) $3\sqrt{2} - 2$ (B) $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{7}{8}(1 + \sqrt{2})$
 (D) $\frac{3+2\sqrt{2}}{4}$ (E) $\frac{5}{4} + \sqrt{2}$



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

21 novembre 2019



- La prova è costituita da 20 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E). Una sola di queste risposte è corretta.
- Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.
- Per ognuno dei problemi, trascrivi **IN STAMPATELLO** la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni.
- **ANNERISCI COMPLETAMENTE** il tuo mese di nascita, il tuo genere, la tua classe. Scrivi le altre informazioni richieste **IN STAMPATELLO** vicino alle frecce, con la massima cura e precisione.

Non è permesso l'uso di calcolatrici o strumenti di comunicazione.
Il tempo a tua disposizione è di 110 minuti. Buon lavoro!

NOME →
COGNOME →
ANNO DI NASCITA →
MESE DI NASCITA
GEN FEB MAR APR MAG GIU
LUG AGO SET OTT NOV DIC
GIORNO DI NASCITA →
GENERE F M
CLASSE 3 4 5
SEZIONE →

GRIGLIA DELLE RISPOSTE T3

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20

1. Il prezzo di vendita di un bene si ottiene aumentando l'importo effettivo di una certa percentuale, detta IVA (una tassa, che poi viene versata al fisco). In un negozio, il prezzo di vendita di un maglione è di 61,00€, comprensivo di IVA al 22%. Se l'IVA passasse al 25%, quale diventerebbe il prezzo di vendita del maglione?
 (A) 62,50€ (B) 64,00€ (C) 62,83€ (D) 62,10€ (E) 62,00€

2. Caterina sta saltando lungo una fila di mattonelle. Partendo dalla prima, con salti di 3 mattonelle alla volta (ossia, salta sulla 4^a, la 7^a, la 10^a, e così via), arriva sull'ultima; si volta indietro e, con salti di 4 mattonelle alla volta, torna alla prima; si volta ancora e, con salti di 5 mattonelle arriva di nuovo all'ultima mattonella; si volta di nuovo e, con salti di 6 mattonelle torna di nuovo alla prima. Quale tra i seguenti potrebbe essere il numero di mattonelle della fila?
 (A) 391 (B) 271 (C) 301 (D) 270 (E) 360
3. Due uomini possiedono delle monete. Se il primo ne prendesse 3 dal secondo, allora ne avrebbe tante quante ne resterebbero al secondo. Se, invece, il secondo ne prendesse 1 al primo, allora ne avrebbe il triplo di quante ne resterebbero al primo. Quante monete possiedono i due uomini in totale?
 (A) 14 (B) 18 (C) 12 (D) 13 (E) 16
4. Nel triangolo DEF , le altezze (uscenti, rispettivamente, dai vertici D , E e F) misurano, nell'ordine, 84, 80 e 81 metri. Indicando con d , e , f le lunghezze, rispettivamente, dei lati EF , FD , DE , quale di queste disuguaglianze è corretta?
 (A) $e < f < d$ (B) $d < f < e$ (C) $d < e < f$
 (D) $f < e < d$ (E) $e < d < f$
5. Il prodotto di due numeri naturali è 2160. Il loro Massimo Comune Divisore è dispari e maggiore di 1. Indicando con m il minimo comune multiplo dei due numeri, si ha:
 (A) $m < 200$ (B) $200 < m < 400$ (C) $400 < m < 600$
 (D) $600 < m < 800$ (E) $m > 800$
6. Un decagono convesso possiede 10 angoli interni. Quanti di essi, al massimo, possono essere retti?
 (A) 5 (B) 3 (C) 4 (D) 2 (E) 6
7. I tre vertici di un triangolo rettangolo avente un angolo di 54° sono anche vertici di un poligono regolare avente...
 (A) 12 lati (B) 25 lati (C) 30 lati (D) 24 lati (E) 16 lati
8. I numeri reali x e y verificano l'uguaglianza $(6x - 5y)^4 + (4y - 3)^6 = 0$. Qual è il valore di $x + y$?
 (A) 1 (B) 10/7 (C) 4/3 (D) 13/9 (E) 11/8
9. Il quadrilatero $ABCD$ è inscritto in una circonferenza. Si sa che l'angolo in A è retto e che $\overline{AB} = 24$, $\overline{BC} = 20$, $\overline{CD} = 15$. Qual è la misura di DA ?
 (A) 11 (B) 27 (C) 10 (D) 19 (E) 7

10. È assegnato un trapezio rettangolo $PQRS$, con angoli retti in P e in S , dove $\overline{PQ} > \overline{RS}$ e $\overline{PS} = 2\overline{RS} = 62/5$. Sia K il punto sul lato PS tale che $\overline{PK} = 8$. Sapendo che $\widehat{SKR} = \widehat{PQR}$, quale sarà la misura di KQ ?
 (A) 17 (B) 13 (C) 15 (D) 16 (E) 20

11. Marco possiede due dadi. Uno dei due è un normale dado da gioco, con facce numerate da 1 a 6. L'altro è invece un dado speciale, che possiede due facce con il numero 3, una faccia con il 4 e tre facce con il 6. Lanciando insieme i due dadi, qual è la probabilità che la somma dei due numeri usciti sia uguale a 10?
 (A) $2/9$ (B) $1/18$ (C) $1/9$ (D) $1/6$ (E) $1/12$

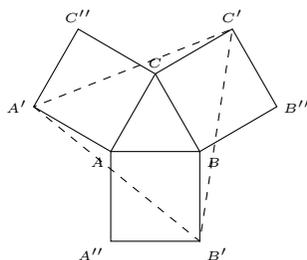
12. Quanti multipli di 7, compresi tra 1 e 6000, sono quadrati di numeri interi?
 (A) 9 (B) 20 (C) 77 (D) 11 (E) 122

13. Attorno a un tavolo ci sono 10 persone, ciascuna delle quali può essere o un cavaliere o un furfante. Ogni volta che parla un cavaliere, la frase che pronuncia è vera; ogni volta che parla un furfante, la frase che pronuncia è falsa. Uno di loro pronuncia la seguente frase: "alla mia destra siede un cavaliere e alla mia sinistra siede un furfante". Il vicino di destra di costui dichiara: "alla mia sinistra siede un cavaliere e alla mia destra siede un furfante". Il vicino di destra di quest'ultimo afferma: "alla mia destra siede un cavaliere e alla mia sinistra siede un furfante". E così via, le frasi si alternano, fino alla decima persona, che afferma: "alla mia sinistra siede un cavaliere e alla mia destra siede un furfante". Si può concludere che, tra le 10 persone presenti, il numero complessivo di cavalieri...

- (A) è possibile che sia 0, 2, 4, 6 o anche 8, ma non 10
 (B) è possibile che sia 0, 2 o 4, ma non 6, 8 o 10
 (C) è possibile che sia 0, 2, 4 o anche 6, ma non 8 o 10
 (D) è possibile che sia 2, 4 o 6, ma non 0, 8 o 10
 (E) è sicuramente 5

14. Sui lati del triangolo equilatero ABC , che hanno lunghezza 1, sono costruiti tre quadrati, come in figura. Qual è il perimetro del triangolo $A'B'C'$?

- (A) $3\sqrt{4 + \sqrt{3}}$ (B) 6 (C) $3\sqrt{1 + 2\sqrt{3}}$
 (D) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ (E) $\frac{3}{2} + \frac{3}{4}\sqrt{3}$



15. Ogni post pubblicato sulla pagina Instagram delle Olimpiadi di Matematica deve avere 2 oppure 3 hashtag, scelti tra 10 hashtag prestabiliti. Gli amministratori della pagina rispettano questa regola: se in un post è presente l'hashtag "#ItaMO", deve esserci anche "#cese2020" (sono due dei 10 hashtag). In quanti modi può essere scelto l'insieme di hashtag da inserire in un post?

- (A) 120 (B) 93 (C) 165 (D) 90 (E) 129

16. Romeo, Giuletta, Elena, Paride, Achille, Ulisse si siedono su una panchina. Giuletta vuole sedere accanto a Romeo ed Elena accanto a Paride. In quanti modi possono disporsi i sei da destra verso sinistra, in modo da accontentarle?
 (A) 720 (B) 120 (C) 24 (D) 96 (E) 180

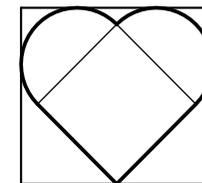
17. Consideriamo un puzzle di forma quadrata, con n pezzi per lato. Ogni pezzo ha 4 lati e su ciascun lato può esserci o un buco o una sporgenza, oppure può essere piatto (quando si trova sul bordo). Quale tra le seguenti affermazioni è falsa?

- (A) Se il numero complessivo di pezzi è multiplo di 21, anche il numero di buchi deve essere multiplo di 21.
 (B) Il numero complessivo di buchi è uguale al numero di sporgenze.
 (C) Se il numero complessivo di pezzi è multiplo di 25, anche il numero di buchi deve essere multiplo di 25.
 (D) Il numero complessivo di sporgenze è multiplo di 4.
 (E) Se il numero complessivo di pezzi è dispari, anche il numero di pezzi che non hanno lati piatti deve essere dispari.

18. Dato un triangolo DEF , ottusangolo in E , sia O il centro della circonferenza ad esso circoscritta. Detto P il punto nel quale la bisettrice uscente da E interseca il lato DF , è noto che il quadrilatero convesso $FEPO$ è inscritto in una circonferenza. Sapendo che $\widehat{EDF} = 52^\circ$, qual è l'ampiezza dell'angolo \widehat{DFE} ?

- (A) 24° (B) 22° (C) 26° (D) 30° (E) 28°

19. Gli amministratori della pagina Instagram delle Olimpiadi di Matematica si sono accorti che l'icona corrispondente ai "mi piace" ricevuti è a forma di cuore, composta da un quadrato e due semicerchi costruiti su lati consecutivi. La figura è inscritto in un rettangolo con i lati paralleli alle diagonali del quadrato, come qui a fianco. Sapendo che il quadrato ha lato 1 cm, quanti cm^2 misura l'area del rettangolo?



- (A) $3\sqrt{2} - 2$ (B) $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{7}{8}(1 + \sqrt{2})$
 (D) $\frac{3+2\sqrt{2}}{4}$ (E) $\frac{5}{4} + \sqrt{2}$

20. Carla lancia, tutti insieme, 4 dadi da gioco, con facce numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che il prodotto dei 4 numeri usciti sia 24?

- (A) $5/162$ (B) $7/324$ (C) $1/36$ (D) $13/324$ (E) $5/144$



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

21 novembre 2019



- La prova è costituita da 20 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E). Una sola di queste risposte è corretta.
- Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.
- Per ognuno dei problemi, trascrivi **IN STAMPATELLO** la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni.
- **ANNERISCI COMPLETAMENTE** il tuo mese di nascita, il tuo genere, la tua classe. Scrivi le altre informazioni richieste **IN STAMPATELLO** vicino alle frecce, con la massima cura e precisione.

Non è permesso l'uso di calcolatrici o strumenti di comunicazione.
Il tempo a tua disposizione è di 110 minuti. Buon lavoro!

NOME →
COGNOME →
ANNO DI NASCITA →
MESE DI NASCITA
GEN FEB MAR APR MAG GIU
LUG AGO SET OTT NOV DIC
GIORNO DI NASCITA →
GENERE F M
CLASSE 3 4 5
SEZIONE →

GRIGLIA DELLE RISPOSTE T4

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20

1. Caterina sta saltando lungo una fila di mattonelle. Partendo dalla prima, con salti di 3 mattonelle alla volta (ossia, salta sulla 4^a, la 7^a, la 10^a, e così via), arriva sull'ultima; si volta indietro e, con salti di 4 mattonelle alla volta, torna alla prima; si volta ancora e, con salti di 5 mattonelle arriva di nuovo all'ultima mattonella; si volta di nuovo e, con salti di 6 mattonelle torna di nuovo alla prima. Quale tra i seguenti potrebbe essere il numero di mattonelle della fila?
 (A) 391 (B) 271 (C) 301 (D) 270 (E) 360

2. Il prezzo di vendita di un bene si ottiene aumentando l'importo effettivo di una certa percentuale, detta IVA (una tassa, che poi viene versata al fisco). In un negozio, il prezzo di vendita di un maglione è di 61,00€, comprensivo di IVA al 22%. Se l'IVA passasse al 25%, quale diventerebbe il prezzo di vendita del maglione?
 (A) 62,50€ (B) 64,00€ (C) 62,83€ (D) 62,10€ (E) 62,00€
3. Nel triangolo DEF , le altezze (uscanti, rispettivamente, dai vertici D , E e F) misurano, nell'ordine, 84, 80 e 81 metri. Indicando con d , e , f le lunghezze, rispettivamente, dei lati EF , FD , DE , quale di queste disuguaglianze è corretta?
 (A) $e < f < d$ (B) $d < f < e$ (C) $d < e < f$
 (D) $f < e < d$ (E) $e < d < f$
4. Due uomini possiedono delle monete. Se il primo ne prendesse 3 dal secondo, allora ne avrebbe tante quante ne resterebbero al secondo. Se, invece, il secondo ne prendesse 1 al primo, allora ne avrebbe il triplo di quante ne resterebbero al primo. Quante monete possiedono i due uomini in totale?
 (A) 14 (B) 18 (C) 12 (D) 13 (E) 16
5. Un decagono convesso possiede 10 angoli interni. Quanti di essi, al massimo, possono essere retti?
 (A) 5 (B) 3 (C) 4 (D) 2 (E) 6
6. I tre vertici di un triangolo rettangolo avente un angolo di 54° sono anche vertici di un poligono regolare avente...
 (A) 12 lati (B) 25 lati (C) 30 lati (D) 24 lati (E) 16 lati
7. Il prodotto di due numeri naturali è 2160. Il loro Massimo Comune Divisore è dispari e maggiore di 1. Indicando con m il minimo comune multiplo dei due numeri, si ha:
 (A) $m < 200$ (B) $200 < m < 400$ (C) $400 < m < 600$
 (D) $600 < m < 800$ (E) $m > 800$
8. I numeri reali x e y verificano l'uguaglianza $(6x - 5y)^4 + (4y - 3)^6 = 0$. Qual è il valore di $x + y$?
 (A) 1 (B) 10/7 (C) 4/3 (D) 13/9 (E) 11/8
9. Il quadrilatero $ABCD$ è inscritto in una circonferenza. Si sa che l'angolo in A è retto e che $\overline{AB} = 24$, $\overline{BC} = 20$, $\overline{CD} = 15$. Qual è la misura di DA ?
 (A) 11 (B) 27 (C) 10 (D) 19 (E) 7
10. Marco possiede due dadi. Uno dei due è un normale dado da gioco, con facce numerate da 1 a 6. L'altro è invece un dado speciale, che possiede due facce con il numero 3, una faccia con il 4 e tre facce con il 6. Lanciando insieme i due dadi, qual è la probabilità che la somma dei due numeri usciti sia uguale a 10?
 (A) 2/9 (B) 1/18 (C) 1/9 (D) 1/6 (E) 1/12

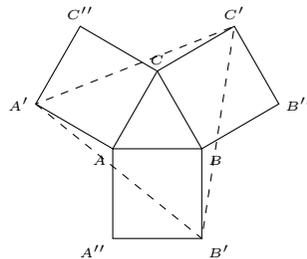
11. Quanti multipli di 7, compresi tra 1 e 6000, sono quadrati di numeri interi?
 (A) 9 (B) 20 (C) 77 (D) 11 (E) 122

12. È assegnato un trapezio rettangolo $PQRS$, con angoli retti in P e in S , dove $\overline{PQ} > \overline{RS}$ e $\overline{PS} = 2\overline{RS} = 62/5$. Sia K il punto sul lato PS tale che $\overline{PK} = 8$. Sapendo che $\widehat{SKR} = \widehat{PQR}$, quale sarà la misura di KQ ?
 (A) 17 (B) 13 (C) 15 (D) 16 (E) 20

13. Attorno a un tavolo ci sono 10 persone, ciascuna delle quali può essere o un cavaliere o un furfante. Ogni volta che parla un cavaliere, la frase che pronuncia è vera; ogni volta che parla un furfante, la frase che pronuncia è falsa. Uno di loro pronuncia la seguente frase: “alla mia destra siede un cavaliere e alla mia sinistra siede un furfante”. Il vicino di destra di costui dichiara: “alla mia sinistra siede un cavaliere e alla mia destra siede un furfante”. Il vicino di destra di quest’ultimo afferma: “alla mia destra siede un cavaliere e alla mia sinistra siede un furfante”. E così via, le frasi si alternano, fino alla decima persona, che afferma: “alla mia sinistra siede un cavaliere e alla mia destra siede un furfante”. Si può concludere che, tra le 10 persone presenti, il numero complessivo di cavalieri...
 (A) è possibile che sia 0, 2, 4, 6 o anche 8, ma non 10
 (B) è possibile che sia 0, 2 o 4, ma non 6, 8 o 10
 (C) è possibile che sia 0, 2, 4 o anche 6, ma non 8 o 10
 (D) è possibile che sia 2, 4 o 6, ma non 0, 8 o 10
 (E) è sicuramente 5

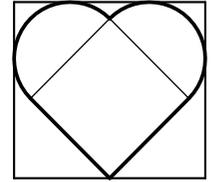
14. Romeo, Giuletta, Elena, Paride, Achille, Ulisse si siedono su una panchina. Giuletta vuole sedere accanto a Romeo ed Elena accanto a Paride. In quanti modi possono disporsi i sei da destra verso sinistra, in modo da accontentarle?
 (A) 720 (B) 120 (C) 24 (D) 96 (E) 180

15. Sui lati del triangolo equilatero ABC , che hanno lunghezza 1, sono costruiti tre quadrati, come in figura. Qual è il perimetro del triangolo $A'B'C'$?
 (A) $3\sqrt{4 + \sqrt{3}}$ (B) 6 (C) $3\sqrt{1 + 2\sqrt{3}}$
 (D) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ (E) $\frac{3}{2} + \frac{3}{4}\sqrt{3}$



16. Ogni post pubblicato sulla pagina Instagram delle Olimpiadi di Matematica deve avere 2 oppure 3 hashtag, scelti tra 10 hashtag prestabiliti. Gli amministratori della pagina rispettano questa regola: se in un post è presente l’hashtag “#ItaMO”, deve esserci anche “#cese2020” (sono due dei 10 hashtag). In quanti modi può essere scelto l’insieme di hashtag da inserire in un post?
 (A) 120 (B) 93 (C) 165 (D) 90 (E) 129

17. Gli amministratori della pagina Instagram delle Olimpiadi di Matematica si sono accorti che l’icona corrispondente ai “mi piace” ricevuti è a forma di cuore, composta da un quadrato e due semicerchi costruiti su lati consecutivi. La figura è inscritta in un rettangolo con i lati paralleli alle diagonali del quadrato, come qui a fianco. Sapendo che il quadrato ha lato 1 cm, quanti cm^2 misura l’area del rettangolo?



- (A) $3\sqrt{2} - 2$ (B) $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{7}{8}(1 + \sqrt{2})$
 (D) $\frac{3+2\sqrt{2}}{4}$ (E) $\frac{5}{4} + \sqrt{2}$
18. Carla lancia, tutti insieme, 4 dadi da gioco, con facce numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che il prodotto dei 4 numeri usciti sia 24?
 (A) 5/162 (B) 7/324 (C) 1/36 (D) 13/324 (E) 5/144
19. Dato un triangolo DEF , ottusangolo in E , sia O il centro della circonferenza ad esso circoscritta. Detto P il punto nel quale la bisettrice uscente da E interseca il lato DF , è noto che il quadrilatero convesso $FEPO$ è inscritto in una circonferenza. Sapendo che $\widehat{EDF} = 52^\circ$, qual è l’ampiezza dell’angolo \widehat{DFE} ?
 (A) 24° (B) 22° (C) 26° (D) 30° (E) 28°
20. Consideriamo un puzzle di forma quadrata, con n pezzi per lato. Ogni pezzo ha 4 lati e su ciascun lato può esserci o un buco o una sporgenza, oppure può essere piatto (quando si trova sul bordo). Quale tra le seguenti affermazioni è falsa?
 (A) Se il numero complessivo di pezzi è multiplo di 21, anche il numero di buchi deve essere multiplo di 21.
 (B) Il numero complessivo di buchi è uguale al numero di sporgenze.
 (C) Se il numero complessivo di pezzi è multiplo di 25, anche il numero di buchi deve essere multiplo di 25.
 (D) Il numero complessivo di sporgenze è multiplo di 4.
 (E) Se il numero complessivo di pezzi è dispari, anche il numero di pezzi che non hanno lati piatti deve essere dispari.